

Modellazione e analisi push-over per il miglioramento sismico di un edificio ospedaliero esistente realizzato in muratura confinata eseguite con i software [Straus7](#)[®] ed [EasyOver](#)

Progettisti strutturali:

ing. Giorgio Poggi, ing. Gabriele Brighenti – [Politecnica Ingegneria ed Architettura Soc. Coop.](#)

Autori e consulenti:

ing. Gerardo Masiello, ing. Francesco Del Viva, ing. Pietro Diamanti, ing. Antonio Navazio – [SMStrutture Srl](#)

Sviluppatore software EasyOver:

ing. Giovanni Di Sciascio – [Di Sciascio Srl](#)

Abstract

Il presente lavoro ha riguardato il miglioramento sismico di un edificio ospedaliero caratterizzato da diversi sistemi strutturali coesistenti, derivanti da modifiche subite nel corso degli anni, dal 1914, data di realizzazione della porzione originaria, passando per gli anni '60-'70, data di realizzazione di un significativo ampliamento. Trattasi del cosiddetto "Edificio 10" facente parte del complesso ospedaliero Cittadella San Rocco, in Corso della Giovecca, 192, nella città di Ferrara (FE).

Gli interventi subiti nel corso del tempo, dai più impattanti ai meno, da quelli reperiti da documentazione storica a quelli privi di tracciabilità, hanno condotto ad una configurazione strutturale molto variegata, le cui caratteristiche sono state accertate e comprese attraverso una campagna di indagini in sito, ed un confronto critico con risultanze sperimentali relative a corpi di fabbrica adiacenti e storicamente affini.

In particolare, sono presenti vari sistemi costruttivi, quali pareti in mattoni pieni a cassa-vuota con pilastri in c.a. di irrigidimento, generalmente posti ai lati delle aperture, cordoli di piano in c.a., murature a due teste in mattoni pieni, sistema di copertura in capriate lignee; ai fini sismici, si è reso inoltre necessario l'inserimento di nuove pareti in muratura in blocchi semipieni.

La versatilità e completezza del software di calcolo [Straus7](#), e dell'annesso applicativo per analisi statiche non lineari [EasyOver](#), hanno permesso di poter schematizzare il problema in maniera coerente con questa realtà, tenendo conto delle opportune rigidità degli elementi e della mutua collaborazione fra diversi sistemi costruttivi. A tal riguardo, sono state adottate procedure di modellazione *ad hoc*, dall'impiego di elementi semplici di tipo *beam*, per schematizzare pilastri, travi e cordoli di piano, passando per elementi bidimensionali tipo *plate* per le rappresentazioni delle nuove pareti e delle pareti esistenti aggiunte nel tempo, fino all'impiego di sistemi più complessi realizzati dall'accoppiamento di elementi *link* ed elementi *beam* non lineari di tipo *connection* per la modellazione dei pannelli murari confinati risalenti all'epoca della costruzione.

Stato di fatto e stato di progetto del complesso strutturale

Ai fini di una corretta individuazione del sistema strutturale esistente e del suo stato di sollecitazione è stato primariamente necessario effettuare una analisi storico critica del complesso da cui sono emerse le modifiche strutturali a cui il fabbricato è stato oggetto dall'epoca della costruzione fino ad oggi.

L'edificio ha una forma in pianta approssimativamente rettangolare, di lati 14 m x 50 m circa, e si sviluppa con un piano interrato di limitata altezza netta, circa 1.6 m, e 3 piani fuori terra per un'altezza totale di circa 14.5 m. La copertura è principalmente di tipo a capanna ed esclusione di una porzione piana oggetto di ampliamento di fine anni '60.



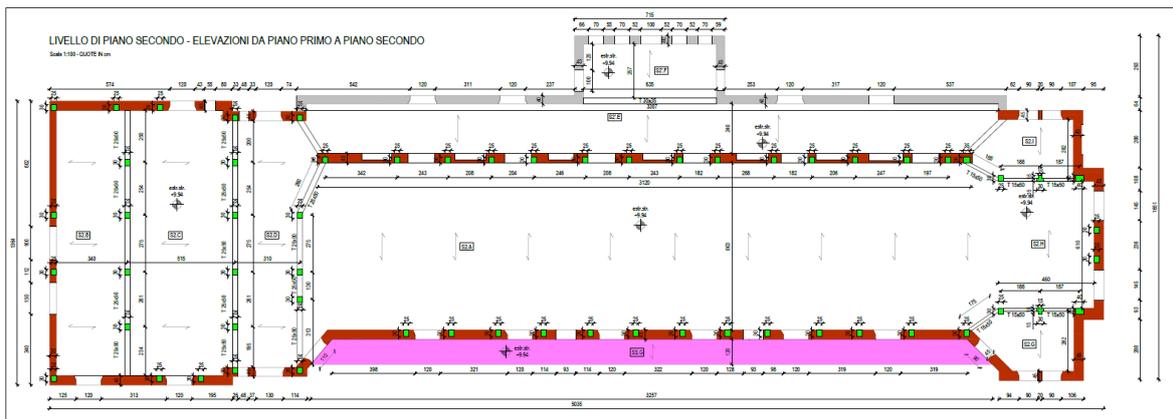
1	Porzione centrale edificio – edificazione 1914
2	Porzione laterale edificio – edificazione 1914
3	Porzione laterale edificio – edificazione 1914
4	Porzioni con copertura piana – edificazione 1914
5	Porzione ampliamento edificio con copertura piana – edificazione 1966-1970

Viste del contesto di ubicazione dell'opera

L'edificio presenta fondazioni nastriformi di sezione rettangolare, un piano interrato con altezza netta media di 1.40m, due piani fuori terra. I solai del piano terra, piano primo e secondo sono costituiti da una soletta nervata in cemento armato e alcune porzioni in latero – cemento. Non è stata rilevata la presenza di un vero e proprio solaio di sottotetto ma è presente un controsoffitto leggero sostenuto da travicelli collegati ai correnti inferiori delle capriate lignee di copertura. Per quanto riguarda le strutture in elevazione, la porzione originaria del fabbricato esistente presenta una struttura di tipo misto pareti in muratura "a cassa vuota" – pilastri in c.a.; sono presenti, a tutti i piani dell'edificio, pareti costituite da due file di mattoni in laterizio pieno dello spessore di circa 15 cm, intervallati da una camera d'aria dello spessore di circa 10 cm. Dei due paramenti, solamente il paramento lato interno edificio risulta essere portante perché gravato direttamente dall'appoggio del cordolo di piano. Sono presenti dei pilastri in c.a. (di sezione media 30x30 cm), continui (la maggior parte) da fondazione a sottotetto, posti generalmente ai lati delle aperture con funzione, molto probabilmente, di cerchiatura e confinamento delle medesime, date anche le considerevoli altezze di interpiano. È stata effettuata una campagna di indagini finalizzata a raggiungere un livello di conoscenza LC2 per il fabbricato in oggetto.

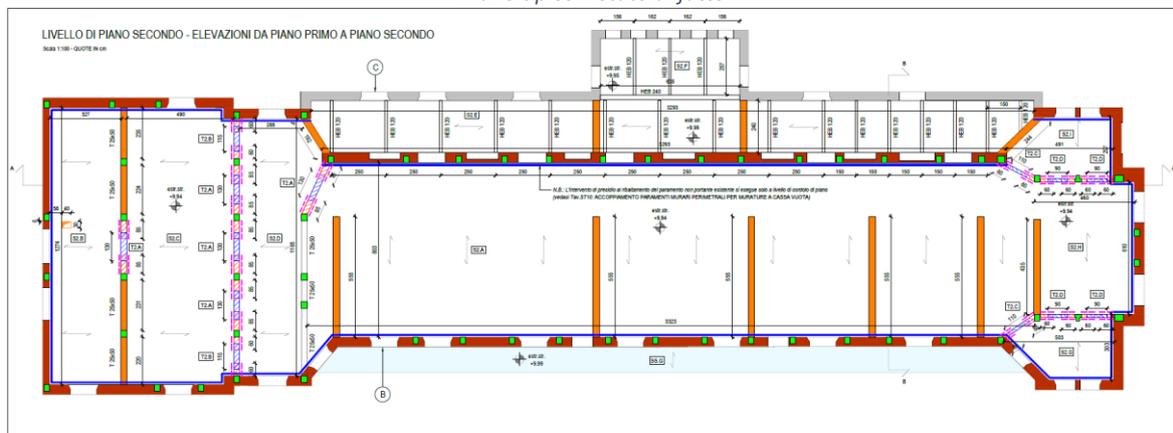
Di seguito i parametri sismici impiegati nelle analisi.

Parametro	Valore
Classe d'uso	III
Vita nominale V_N	50 anni
Coefficiente d'uso C_u	1.5
Periodo di riferimento per l'azione sismica, $V_R = V_N \times C_u$	75 anni



- MURATURA PORTANTE ESISTENTE
- ELEMENTO IN C.A. ESISTENTE
- MURATURA CASSA VUOTA ESISTENTE
- BALCONE IN C.A. ESISTENTE

Piano tipico – stato di fatto



- NUOVE PARETI IN MURATURA POROTON SP. 30 CM

Piano tipico – stato di progetto

Modellazione numerica

Per la modellazione del comportamento della struttura è stato definito un modello FEM tridimensionale che ha permesso di rappresentare in modo adeguato le effettive distribuzioni di massa, rigidezza e resistenza.

La schematizzazione numerica è stata condotta cercando di cogliere e rappresentare globalmente il sistema costruttivo *ibrido*; infatti, trascurare il contributo degli elementi di tamponamento avrebbe falsato il reale comportamento della struttura. Nella definizione del modello gli elementi strutturali considerati “secondari” e gli elementi non strutturali autoportanti (parapetti, tamponature e tramezzi), essendo tali da non modificare significativamente il comportamento della struttura, sono stati rappresentati unicamente in termini di massa trascurando il loro contributo alla rigidezza e alla resistenza del sistema strutturale.

I pilastri, i cordoli di piano, le travi di impalcato e le nervature dei solai nervati in c.a. sono stati modellati utilizzando elementi *beam*, mentre le pareti in muratura di nuova realizzazione e le pareti in muratura esistente in mattoni pieni a due teste (zona ampliamento anni '66-70) sono stati modellati utilizzando elementi *plate/shell*. Il corpo principale del fabbricato, risalente al 1914, è costituito da una struttura mista pilastri e travi/cordoli in c.a. – muratura in mattoni pieni ad una testa. Per cogliere in modo quanto più accurato possibile il comportamento globale del fabbricato e l'interazione tra pannelli murari e elementi in c.a., si è schematizzata la muratura con due ordini di elementi finiti tipo *connection*. Il primo denominato “biella equivalente”, deputato all'assorbimento dei carichi gravitazionali, dotato solamente di rigidezza estensionale, e avente un diagramma forza-spostamento non lineare in sola compressione.

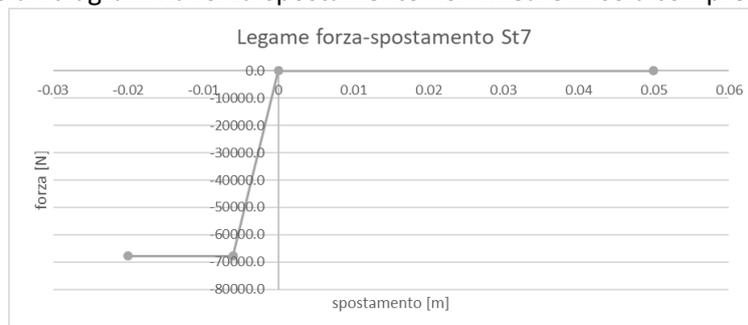


Diagramma forza-spostamento per la biella equivalente per carichi verticali

Questo tipo di elementi finiti ha la funzione di simulare la collaborazione a carico verticale che i pannelli murari hanno nei confronti delle colonne in c.a., limitandone quindi la componente assiale di carico che in alternativa risulterebbe incompatibile con le sezioni rilevate.

Il secondo elemento tipo *connection*, denominato “puntone equivalente”, è costituito da due diagonali eccentriche disposti a croce di Sant'Andrea inseriti all'interno del telaio in c.a., necessari per schematizzare l'interazione in fase sismica fra i due sistemi costruttivi. Infatti, il trasferimento delle forze laterali lungo la struttura provoca una distribuzione non uniforme di tensioni tra gli elementi del telaio ed il pannello in muratura. Al crescere delle forze le tensioni variano fino alla rottura del pannello, che avviene per il raggiungimento della resistenza a taglio o a compressione. Il metodo proposto per studiare il comportamento del sistema telaio-muratura consiste dunque nel modellare il telaio in c.a. contenente dei puntone equivalenti eccentrici che rappresentano la muratura. Il metodo può essere utilizzato per telai completamente o parzialmente tamponati, con presenza di aperture o con pannelli danneggiati. Tali elementi diagonali presentano solo rigidezza estensionale necessaria per lo svolgimento delle analisi lineari (rigidezza dimezzata, solo per questo tipo di analisi, rispetto a quella dell'elemento interamente reagente per considerare il doppio ordine di diagonali, in virtù del fatto che essi reagiscono solo a compressione), e avente un diagramma forza-spostamento, assegnato sempre lungo l'asse 3 dell'elemento (asse longitudinale), che consente lo svolgimento delle analisi non lineari, in modo da cogliere l'effettivo comportamento della muratura, reagente in sola compressione. Il modello utilizzato come legame forza – spostamento del puntone equivalente è quello di *Panagiotakos & Fardis* (1996) nel loro studio “*Seismic response of infilled rc frames structures*”. Nel quadrante della compressione, la curva fornita dai due autori è composta da quattro segmenti, che corrispondono rispettivamente al comportamento iniziale a taglio del pannello non fessurato, al comportamento a biella equivalente del pannello fessurato a distacco avvenuto, al comportamento instabile

del pannello oltre la resistenza massima ed allo stato finale del pannello dopo la rottura completa, con una resistenza residua costante.

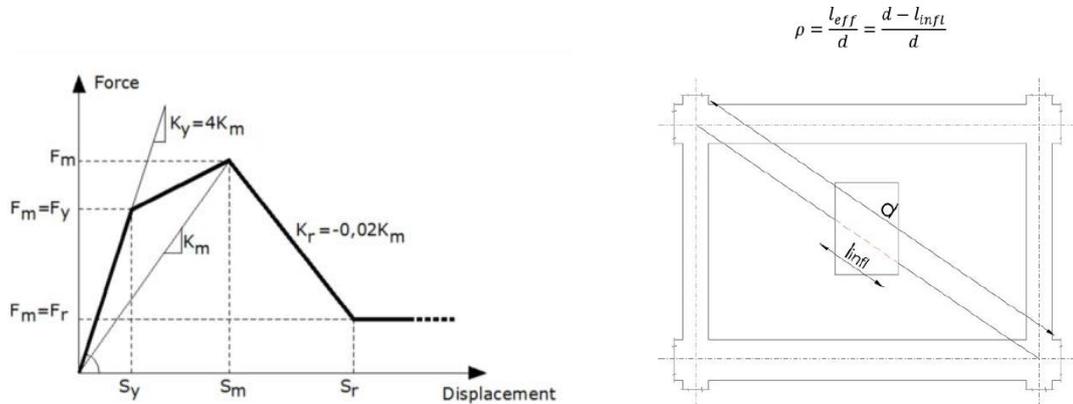


Diagramma forza-spostamento del puntone equivalente suggerito da Panagiotakos & Fardis (sx). Parametrizzazione delle aperture nei pannelli murari (dx)

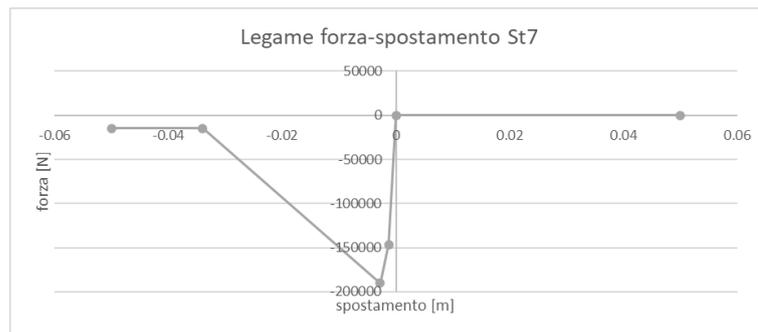
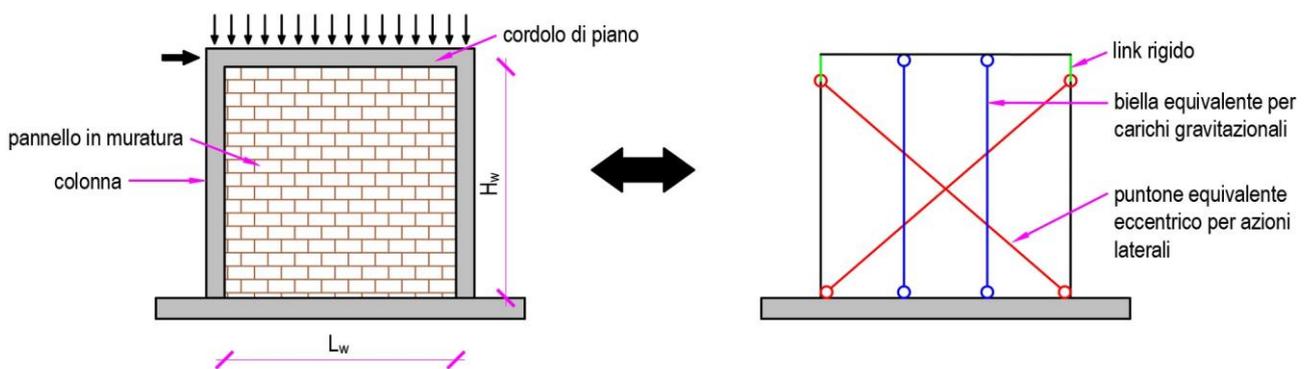


Diagramma forza-spostamento per puntone tipico

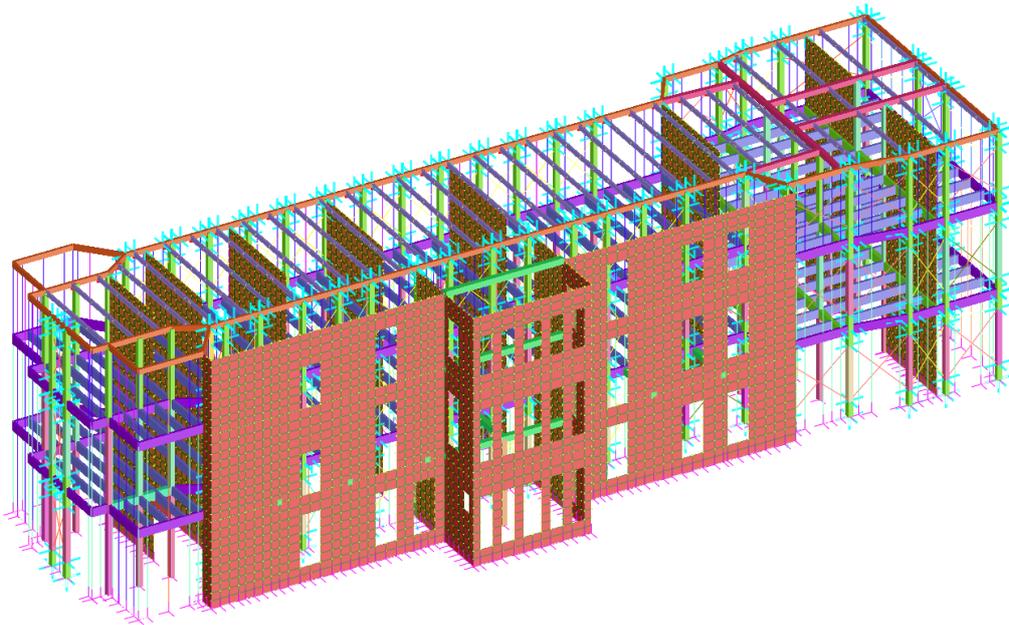
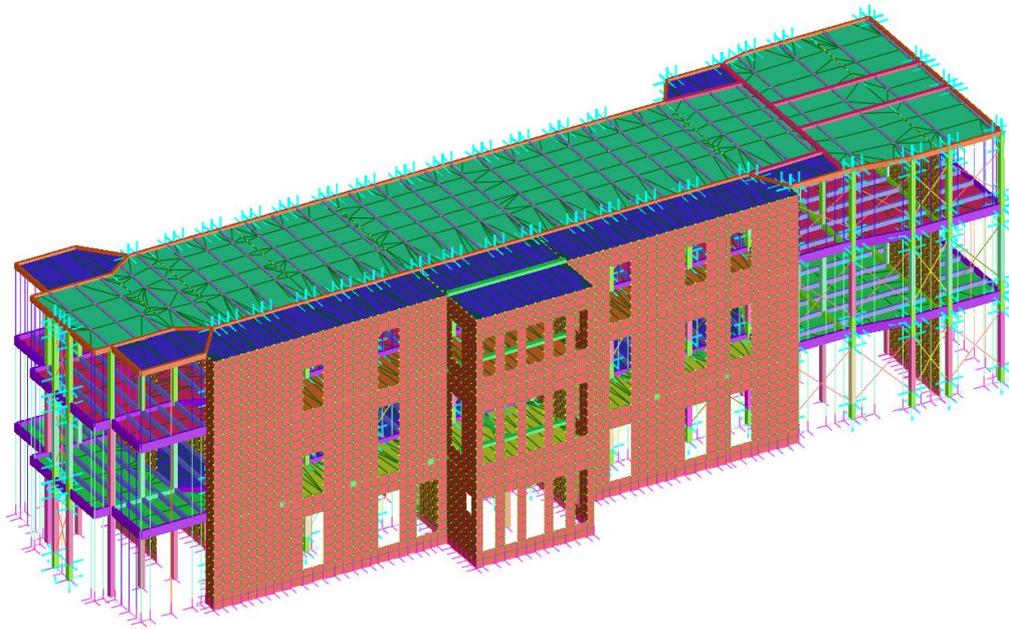


Schematizzazione del sistema pilastro - muratura

Le solette e le cappe di solaio in c.a., che costituiscono il diaframma di piano, sono state modellate utilizzando elementi *3D Membrane*, con spessore per la rigidità membranale pari allo spessore della cappa in calcestruzzo e spessore per la rigidità flessionale nullo.

Lo zero sismico di progetto è stato considerato a livello dell'impalcato di piano terra, in quanto il piano interrato funge da struttura scatolare rigida di base.

Per l'analisi elastica lineare e per l'analisi modale, nella rappresentazione della rigidità degli elementi strutturali si è tenuto conto della fessurazione. La rigidità flessionale e a taglio degli elementi strutturali, sia nuovi che esistenti, è stata assunta pari al 50% della rigidità dei corrispondenti elementi non fessurati.



Modello FEM della struttura (con e senza solai)

Analisi non lineari con Straus7 e EasyOver

Introduzione

Nel progetto in esame le analisi statiche non lineari sono state condotte utilizzando *EasyOver*, un applicativo del programma agli elementi finiti *Straus7*.

L'analisi non lineare statica consiste nell'applicare alla struttura i carichi gravitazionali e, per la direzione considerata dell'azione sismica, un sistema di forze orizzontali distribuite, ad ogni livello della costruzione, proporzionalmente alle forze d'inerzia ed aventi risultante (taglio alla base) F_b .

Tali forze sono scalate in modo da far crescere monotonamente, sia in direzione positiva che negativa e fino al raggiungimento delle condizioni di collasso locale o globale, lo spostamento orizzontale d_c di un punto di controllo coincidente con il centro di massa dell'ultimo livello della costruzione (sono esclusi eventuali torrini).

Il diagramma $F_b - d_c$ rappresenta la curva di capacità della struttura.

Profili di carico

Il programma prevede la possibilità di applicare le distribuzioni di forze previste dalla Norma (Gruppo 1 e Gruppo 2):

- Distribuzione corrispondente alla forma del modo fondamentale di vibrare nella direzione considerata (appartenente al Gruppo 1):

$$F_i = \frac{m_i \cdot \phi_{fond,i}}{\sum_{j=1}^N m_j \cdot \phi_{fond,j}} V_b$$

- Distribuzione corrispondente all'andamento delle forze calcolate in un'analisi dinamica lineare (appartenente al Gruppo 1), includendo nella direzione considerata il numero di modi stabilito dall'utente:

$$F_i = \sqrt{\sum_n \sum_m \rho_{n,m} \cdot F_{i,n} \cdot F_{i,m}}$$

dove:

$$F_{ij} = \Gamma_j \cdot \phi_{i,j} \cdot M_i \cdot S_a(T_j, \xi)$$
$$\rho_{n,m} = \frac{8\xi^2 \beta_{i,j}^{3/2}}{(1 + \beta_{i,j}) \cdot [(1 - \beta_{i,j})^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \beta_{i,j}]}$$

essendo:

i = indice nodo; j, n, m = indice modo di vibrare;

ξ = smorzamento viscoso dei modi di vibrare;

$\beta_{i,j} = T_j/T_i$ = rapporto tra l'inverso dei periodi di ciascuna coppia $i-j$ di modi.

- Distribuzione uniforme, nella quale le forze sono proporzionali alle masse (appartenente al Gruppo 2):

$$F_i = \frac{m_i}{\sum_{j=1}^N m_j} V_b$$

- Distribuzione adattiva (appartenente al Gruppo 2), continuamente aggiornata durante l'analisi, in maniera da riflettere il progressivo degrado della rigidezza della struttura. Questa distribuzione considera il contributo di più modi di vibrare, aggiornati ad ogni step di carico:

$$F_i = \sqrt{\sum_n \sum_m \rho_{n,m} \cdot F_{i,n} \cdot F_{i,m}}$$

dove:

$$F_{ij} = \Gamma_j \cdot \phi_{i,j} \cdot M_i \cdot S_a(T_j, \xi)$$

$$\rho_{n,m} = \frac{8\xi^2 \beta_{i,j}^{3/2}}{(1 + \beta_{i,j}) \cdot [(1 - \beta_{i,j})^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \beta_{i,j}]}$$

essendo:

i = indice nodo; j,n,m = indice modo di vibrare;

ξ = smorzamento viscoso dei modi di vibrare;

$\beta_{i,j} = T_j/T_i$ = rapporto tra l'inverso dei periodi di ciascuna coppia i-j di modi.

Modello a fessure spalmate rotanti per la modellazione della risposta non lineare delle pareti in muratura

Il seguente paragrafo illustra un approccio prestazionale, basato sull'implementazione di un modello analitico in grado di analizzare la risposta in campo non lineare delle pareti in muratura: trattasi di un modello a fessure spalmate rotanti, applicato agli elementi finiti di tipo Plate, integrato in *EasyOver*, l'applicativo di Straus7 per le analisi statiche non lineari (analisi *Pushover*) di edifici nuovi ed esistenti.

La muratura è un materiale da costruzione composito, composto da unità (pietre, mattoni, blocchi) collegate da giunti di malta posti orizzontalmente e verticalmente all'interno della muratura stessa. I giunti di malta normalmente agiscono come piani di debolezza, a causa della loro bassa resistenza a trazione e a taglio. La presenza dei giunti rende la muratura un materiale ortotropo, avente proprietà dipendenti dalla direzione e dall'orientamento dei giunti rispetto alle principali sollecitazioni applicate.

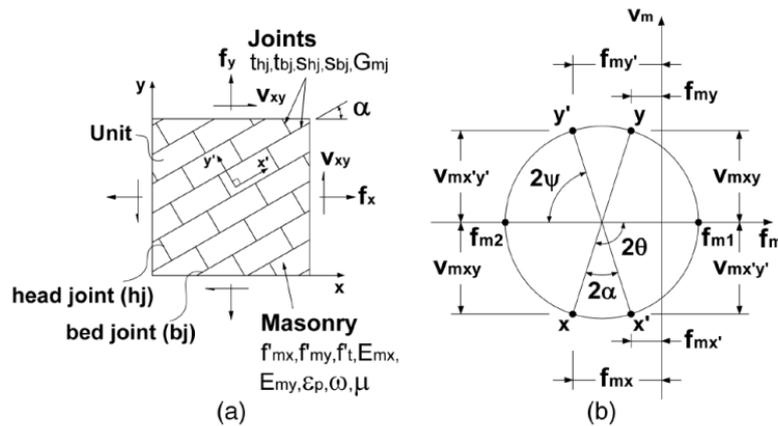
Il modello analitico per la muratura si basa sul modello del campo di stress disturbato (*Disturbed Stress Field Model, DSFM*) sviluppato specificatamente dal *Proff. Frank J. Vecchio* per il cemento armato. A differenza dei modelli di fessure spalmate convenzionali, il DSFM per muratura è in grado di combinare la rappresentazione macroscopica media del comportamento del materiale con la risposta locale taglio-scorrimento dei giunti di malta. Oltre ai vantaggi tipici dei macro-modelli (basso costo computazionale, rappresentazione sintetica del comportamento strutturale), la formulazione proposta tenta di consentire la previsione della risposta strutturale anche nei casi in cui il meccanismo del danno è regolato dal comportamento locale dei giunti in muratura.

Questa formulazione valuta sia le tensioni e le deformazioni medie (ad es. le tensioni principali medie di trazione f_{m1} e di compressione f_{m2} e le corrispondenti deformazioni principali) che le tensioni e deformazioni locali della malta (le tensioni di taglio v_{bj} , v_{hj} e le tensioni normali f_{nbj} , f_{nhj} che si sviluppano nei giunti orizzontali e verticali) durante le varie fasi di carico.

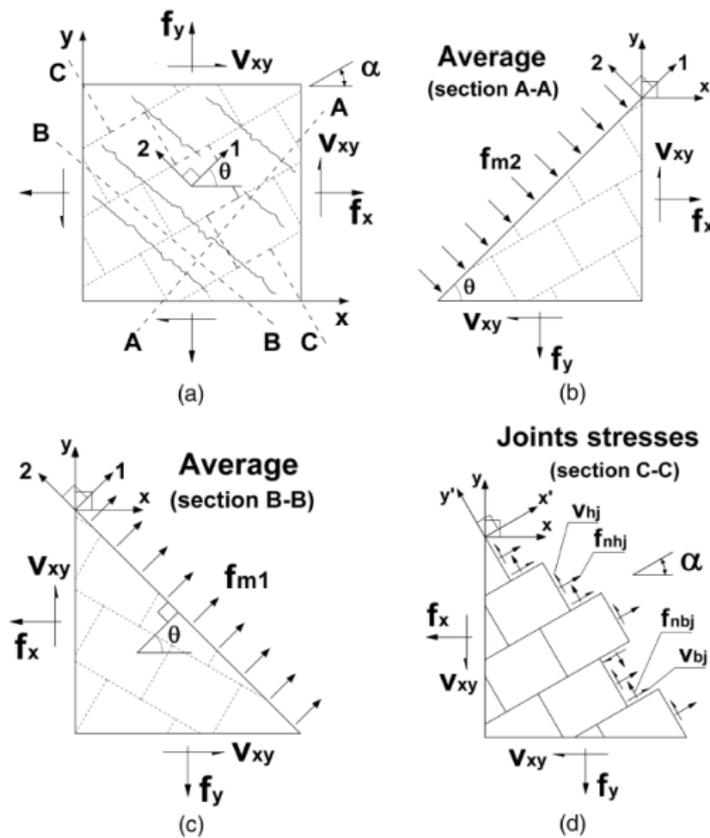
La modellazione è basata su quattro gruppi di equazioni, di seguito descritte.

Relazioni di equilibrio per le tensioni medie e attraverso le fessure, sia nei mattoni che nei giunti di malta

Le forze applicate all'elemento in muratura sono equilibrate da sollecitazioni interne agenti nei componenti della muratura. L'equilibrio membranale dell'elemento deve essere valutato globalmente in termini di sollecitazioni medie spalmate e localmente considerando le sollecitazioni che agiscono lungo i giunti di malta.



Elemento in muratura non armata: condizioni di geometria e di carico e cerchio di Mohr delle tensioni medie



Relazioni di equilibrio

Nel modello, la muratura è considerata un materiale ortotropo che potrebbe subire la formazione di fessure spalmate; quindi, le tensioni principali medie della muratura f_{m2} e f_{m1} agiscono parallelamente e perpendicolare al piano della fessura la cui direzione è definita dall'angolo θ . Al fine di tenere conto del comportamento di *softening* della tensione della muratura, la tensione principale f_{m1} è considerata attiva

anche dopo le fessurazioni. Per mettere in relazione la deformazione media netta con le sollecitazioni globali applicate all'elemento, la seguente relazione può essere utilizzata:

$$[f] = \{f_x, f_y, v_{xy}\} = [D_m][\varepsilon_m]$$

dove $[D_m]$ è la matrice di rigidezza secante del materiale per muratura, $[f]$ è il vettore delle tensioni espresse nel sistema di riferimento globale x-y e $[\varepsilon_m]$ è la deformazione netta agente nella muratura. Una volta determinate le tensioni principali, le tensioni interne della muratura f_{mx} , f_{my} e v_{mxy} possono essere semplicemente valutate mediante il cerchio di *Mohr* delle tensioni.

Lungo i piani della fessura, perpendicolare alla direzione della sollecitazione principale di trazione, nessuna sollecitazione di taglio è considerata agente. È possibile derivare le sollecitazioni interne locali che agiscono nelle posizioni dei giunti dalle condizioni di equilibrio dell'elemento in muratura non armata; quindi, con riferimento al cerchio di *Mohr* delle tensioni e alle condizioni di equilibrio rappresentate nelle figure precedenti, le sollecitazioni nei giunti possono essere ricavate dalle seguenti relazioni:

$$f_{mx'} = f_{nhj} = [(f_{m1} + f_{m2}) + (f_{m1} - f_{m2}) \cdot \cos 2\psi]/2$$

$$f_{my'} = f_{nbj} = [(f_{m1} + f_{m2}) - (f_{m1} - f_{m2}) \cdot \cos 2\psi]/2$$

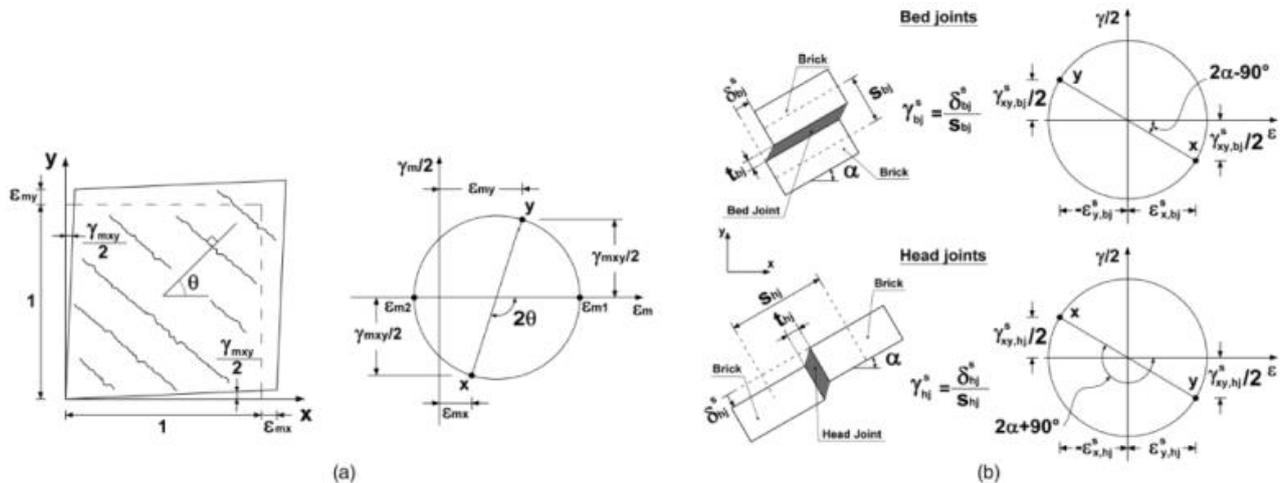
e

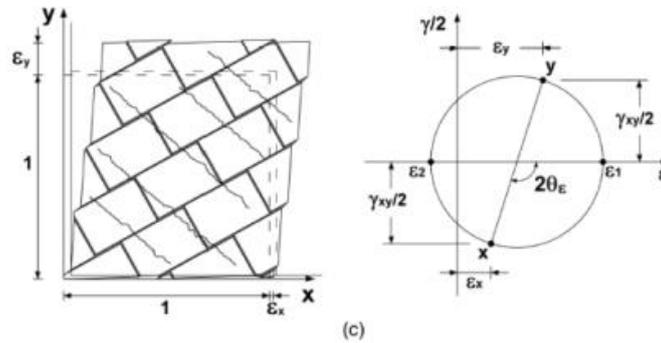
$$v_{mx'y'} = v_{bj} = v_{hj} = [(f_{m1} - f_{m2}) \cdot \sin 2\psi]/2$$

dove $\psi = \theta - \alpha$ è la differenza tra l'angolo θ normale alla direzione della fessura e l'angolo α , che definisce la direzione dei giunti orizzontali.

Relazioni di compatibilità

Le deformazioni totali esibite dall'elemento in muratura sono date dalla sovrapposizione di due componenti: la prima è la deformazione del continuum dovuto alle tensioni applicate, con le fessure considerate spalmate all'interno dell'area dell'elemento; la seconda componente è rappresentata dalla deformazione che risulta dallo scorrimento che si verifica lungo i giunti orizzontali e verticali.





Con riferimento ad un sistema di riferimento x-y, sono le deformazioni nette ε_{mx} , ε_{my} e γ_{mxy} dovute alla risposta costitutiva media che devono essere impiegate in appropriati legami costitutivi per determinare le sollecitazioni medie nella muratura. In base alle relazioni dedotte dal cerchio di deformazione di *Mohr*, le deformazioni principali si ricavano dalla relazione seguente:

$$\varepsilon_{m1}, \varepsilon_{m2} = \frac{\varepsilon_{mx} + \varepsilon_{my}}{2} \pm \frac{1}{2} [(\varepsilon_{mx} - \varepsilon_{my})^2 + \tau_{mxy}^2]^{1/2}$$

Si presume che l'inclinazione delle fessure all'interno del continuum coincida con l'inclinazione delle deformazioni principali nette, θ , e l'inclinazione delle tensioni principali, θ_σ . In altri termini, viene adottato il concetto di fessura rotante, quindi

$$\theta = \theta_\sigma = \frac{1}{2} \tan^{-1} [\gamma_{mxy} / (\varepsilon_{mx} - \varepsilon_{my})]$$

Si presume che l'elemento in muratura sia costituito da elementi rettangolari (mattoni) che sono collegati tra loro da giunti di malta verticali e orizzontali aventi spessore t_{hj} e t_{bj} , e spaziatura s_{hj} e s_{bj} . Lo sforzo di taglio che agisce parallelamente al giunto provoca uno scorrimento locale lungo il piano del giunto la cui grandezza è δ_{sbj} per i giunti orizzontali e δ_{shj} per i giunti verticali. Quindi, la deformazione di taglio media dovuta allo scorrimento sui giunti orizzontali e verticali può essere rispettivamente definita come segue:

$$\gamma_{bj}^s = \delta_{bj}^s / s_{bj}; \quad \gamma_{hj}^s = \delta_{hj}^s / s_{hj}$$

La deformazione di scorrimento totale può essere scomposta in componenti ortogonali nel sistema di riferimento x-y, che possono essere calcolate rispettivamente per i giunti orizzontali ε_{sbj} e verticali ε_{shj} tramite la costruzione del cerchio di *Mohr*:

$$\begin{aligned} [\varepsilon_{bj}^s] &= \{\varepsilon_{x,bj}^s, \varepsilon_{y,bj}^s, \gamma_{xy,bj}^s\} = \{\gamma_{bj}^s/2 \cdot \sin(2\alpha), \\ &\quad -\gamma_{bj}^s/2 \cdot \sin(2\alpha), -\gamma_{bj}^s \cdot \cos(2\alpha)\} \\ [\varepsilon_{hj}^s] &= \{\varepsilon_{x,hj}^s, \varepsilon_{y,hj}^s, \gamma_{xy,hj}^s\} = \{-\gamma_{hj}^s/2 \cdot \sin(2\alpha), \gamma_{hj}^s/2 \\ &\quad \cdot \sin(2\alpha), \gamma_{hj}^s \cdot \cos(2\alpha)\} \end{aligned}$$

La somma dei vettori risultanti fornisce la deformazione di scorrimento media equivalente ε_s :

$$[\varepsilon^s] = [\varepsilon_{bj}^s] + [\varepsilon_{hj}^s]$$

Oltre alle deformazioni nette e di scorrimento lungo i giunti, negli elementi murari possono verificarsi due altri tipi di deformazione: la deformazione elastica ε_m , che può nascere da espansione termica o meccanica, e la deformazione plastica ε_{pm} , che può nascere da condizioni di carico ciclico o da condizioni di carico a livelli

di post-picco. Considerando questi effetti, la deformazione totale (o apparente) ϵ calcolata nel sistema di riferimento x-y può essere calcolata tramite la seguente relazione:

$$[\epsilon] = [\epsilon_m] + [\epsilon^s] + [\epsilon_m^o] + [\epsilon_m^p]$$

Nel nostro caso (analisi statica non lineare) considereremo nulli gli ultimi due termini dell'equazione di sopra. L'angolo totale θ_ϵ , relativo all'inclinazione della deformazione principale totale, può essere calcolato come segue:

$$\theta_\epsilon = \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1}[\gamma_{xy}/(\epsilon_x - \epsilon_y)]$$

Le fessure, spalmate sulla zona dell'elemento in muratura, sono caratterizzate da una larghezza media w e una distanza media s . Nelle strutture in muratura più antiche e moderne, le unità sono generalmente molto più rigide e resistenti della malta e i giunti hanno un minore spessore rispetto alle singole unità; quindi, è ragionevole supporre che in un elemento in muratura tendano generalmente a formarsi delle fessure nelle fughe prima che nei mattoni. In considerazione di ciò, si possono definire delle distanze nominali delle fessure nelle direzioni x' e y' , indicate $s_{x'}$ e $s_{y'}$, che corrispondono alla spaziatura dei giunti di testa s_{hj} e a quella dei giunti orizzontali s_{bj} , rispettivamente. Quindi, prendendo in considerazione la direzione α dei giunti orizzontali, la distanza media delle fessure nel continuo fessurato può essere calcolata come

$$s = \left(\frac{\sin \psi}{s_{hj}} + \frac{\cos \psi}{s_{bj}} \right)^{-1}$$

La deformazione principale netta di trazione e la spaziatura media tra le fessure possono essere utilizzate per calcolare l'ampiezza media w delle fessure attraverso la seguente relazione:

$$w = \epsilon_{m1} \cdot s$$

Relazioni costitutive per la muratura

La relazione sforzo-deformazione di compressione per la muratura è simile a quella del calcestruzzo e può essere rappresentata da equazioni simili. Il comportamento della muratura nelle condizioni di pre-picco è ragionevolmente definito quando sono noti il modulo elastico tangente iniziale (E_m), la resistenza media alla compressione (f'_m), e la deformazione al picco ϵ_0 .

In questo modello viene adottata la formulazione proposta da *Hoshikuma* et al. (1997), utilizzata anche per il cemento armato confinato. A differenza di altri modelli, la relazione di *Hoshikuma* si basa su una funzione che considera il modulo elastico iniziale della muratura indipendentemente dalla resistenza a compressione e dalla deformazione al picco. Questo approccio è risultato essere più efficace nella modellazione della risposta a compressione delle strutture in muratura. Il ramo decadente della relazione sforzo-deformazione è fornito dal modello di *Kent-Park* modificato proposto da *Priestley* e *Elder* (1983) per la muratura. Questo modello è costituito da un ramo discendente lineare e da un plateau finale orizzontale al 20% della resistenza a compressione della muratura.

La pendenza Z_m del ramo lineare discendente è data da

$$Z_m = \frac{0.5}{\left[\frac{3 + 0.29f_j}{145f_j - 1000} \right] - 0.002}$$

dove f_j è la resistenza alla compressione della malta.

Le relazioni costitutive della muratura tengono conto del fenomeno di *softening* a compressione (per via della presenza di fessure nella direzione ortogonale a quella principale di compressione). La *tension softening* viene

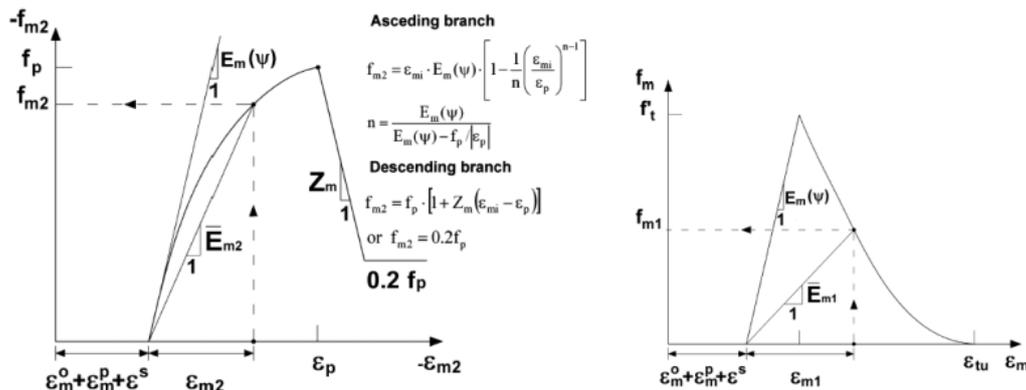
espresso attraverso il parametro β_d applicato alla resistenza a compressione uniaassiale, compreso tra 0 e 1, il cui valore si ottiene dalla seguente formula:

$$\beta_d = (1 + C_s \cdot C_d)^{-1} \leq 1$$

in cui i fattori C_d e C_s vengono calcolati secondo il Modello Vecchio 1992-A (Vecchio e Collins 1993).

$$C_d = \begin{cases} 0 & \text{if } r < 0.28 \\ 0.35 \cdot (r - 0.28)^{0.8} & \text{if } r \geq 0.28 \end{cases}; \quad C_s = 0.55$$

dove $r = \varepsilon_{m1} / \varepsilon_{m2}$.

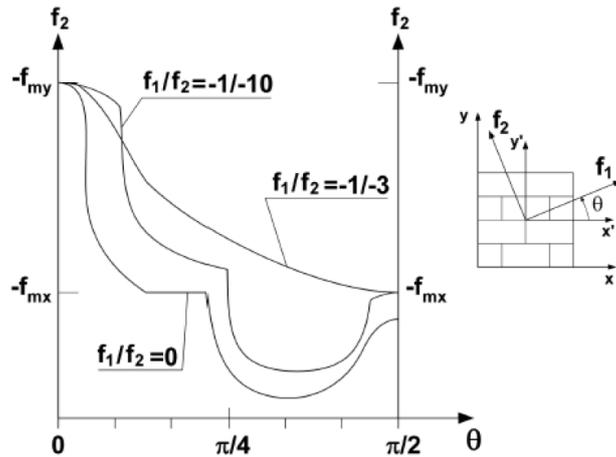


Inoltre, la rottura della muratura non può essere definita semplicemente in termini di tensioni principali ma necessita di un parametro aggiuntivo, cioè dell'orientamento del giunto orizzontale rispetto alla direzione delle sollecitazioni principali.

La formulazione di Ganz parte dal presupposto che un criterio di rottura completo per la muratura deve tener conto dell'eventuale cedimento dei componenti (mattoni, giunti di malta), oltre che della rottura del materiale composito. I mattoni sono considerati come blocchi prismatici con perforazioni verticali interne perpendicolari ai giunti orizzontali; pertanto, ciascuna unità è disaccoppiata in una componente di sforzo uniaassiale ed una biassiale, aventi un comportamento rigido perfettamente plastico. I giunti di malta sono soggetti a sollecitazioni che agiscono parallelamente e perpendicolarmente al piano dei giunti. La rottura a taglio dei giunti di malta è regolata per mezzo di un criterio di Coulomb modificato, nel quale la rottura a compressione della malta è esclusa a causa dello stato di stress di compressione triassiale agente sui giunti.

Il modello in esame implementa il criterio di rottura proposto da Ganz per la muratura soggetta a forze nel piano, espresso in termini di tensioni principali.

Per definire completamente una superficie di questo tipo, alcuni parametri di base della muratura devono essere noti: la resistenza media alla compressione valutata nella direzione dell'asse x (f_{mx}), la resistenza alla compressione media valutata nella direzione dell'asse y (f_{my}), l'angolo di attrito (ϕ) e la coesione (c) dei giunti del letto di malta, il rapporto tra la resistenza alla trazione e la resistenza alla compressione nella direzione x (ω_m) e il valore della resistenza alla trazione dell'interfaccia unità-malta ($f'_t = f_{ty}$).



Come si evince dalla figura, la resistenza a compressione f_2 dipende dal valore della tensione nella direzione ortogonale f_1 . All'aumentare del rapporto f_1/f_2 la curva trasla verso l'alto e aumenta il valore della resistenza a compressione f_2 .

La formulazione di *Ganz* tiene conto anche della dipendenza della resistenza a compressione dall'orientamento del giunto orizzontale rispetto alla direzione delle sollecitazioni principali ($\psi = \theta - \alpha$, essendo θ l'angolo normale alla direzione della fessura e α l'angolo che definisce la direzione dei giunti orizzontali).

Dividendo la resistenza massima della muratura $f_2(f_1, \theta)$ ottenuta dal criterio di rottura per la resistenza della muratura f_{my} , si ottiene il fattore di riduzione β_m :

$$\beta_m = \frac{f_2(f_1, \theta)}{f_{my}} \leq 1$$

Quindi, con la determinazione dei fattori di riduzione β_d e β_m , la sollecitazione di picco f_p e la deformazione alla sollecitazione di picco ε_p vengono determinate con le seguenti relazioni:

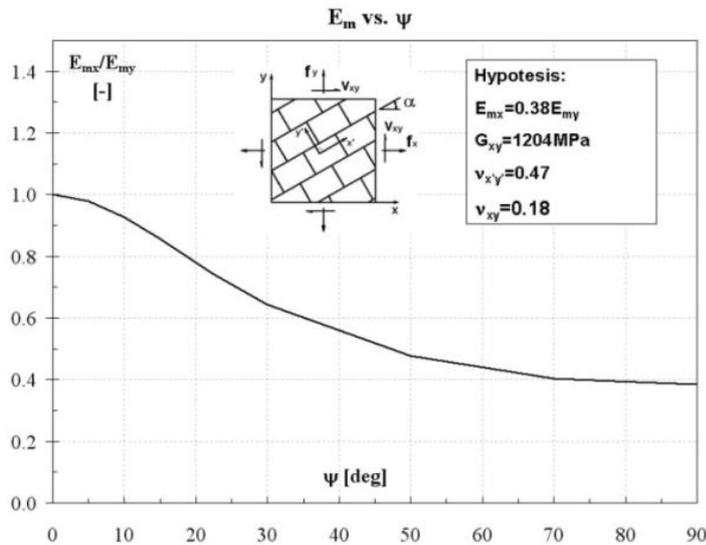
$$f_p = -\beta_d \cdot \beta_m \cdot f'_m$$

$$\varepsilon_p = -\beta_d \cdot \varepsilon_0$$

dove $f'_m = f_{my}$ e ε_0 è la deformazione corrispondente alla tensione di compressione di picco f'_m .

Il comportamento anisotropo della muratura influisce anche sul valore del modulo elastico iniziale E_m , essendo massimo nella direzione perpendicolare ai giunti orizzontali (E_{my}) e minimo nella direzione parallela ai giunti orizzontali (E_{mx}).

Quindi, nei legami costitutivi a compressione e a trazione, il modello utilizza un modulo di *Young* anch'esso dipendente dall'angolo $\psi = \theta - \alpha$ (figura seguente).



Dipendenza del modulo di Young dall'orientamento del giunto orizzontale rispetto alla direzione delle sollecitazioni principali

Analogamente alla compressione, la muratura in trazione è caratterizzata da un comportamento ortotropo sia nella fase elastica che in quella anelastica. Nella fase elastica, la muratura è considerata elastica lineare fino a quando lo sforzo di trazione principale f_{m1} raggiunge il carico di rottura massimo f'_t e, di conseguenza, inizia il processo di fessurazione. Quindi, prima che avvenga la fessurazione, viene utilizzata la seguente relazione lineare:

$$f_{m1} = E_m(\psi) \cdot \varepsilon_{m1}, \quad 0 < \varepsilon_{m1} < \varepsilon_{cr}$$

In seguito all'inizio della fessurazione, la tensione di trazione nella muratura non scende bruscamente a zero ma diminuisce gradualmente (*tension softening*). Nel modello in esame, la risposta a trazione della muratura non armata utilizza la curva di decadimento esponenziale suggerita da *Hordjik et al.*

$$f_{m1} = f'_t \left\{ \left[1 + \left(3 \frac{\varepsilon_{m1}}{\varepsilon_{tu}} \right)^3 \right] e^{-6.93 \frac{\varepsilon_{m1}}{\varepsilon_{tu}}} - 0.027 \frac{\varepsilon_{m1}}{\varepsilon_{tu}} \right\} \quad \varepsilon_{m1} > \varepsilon_{cr}$$

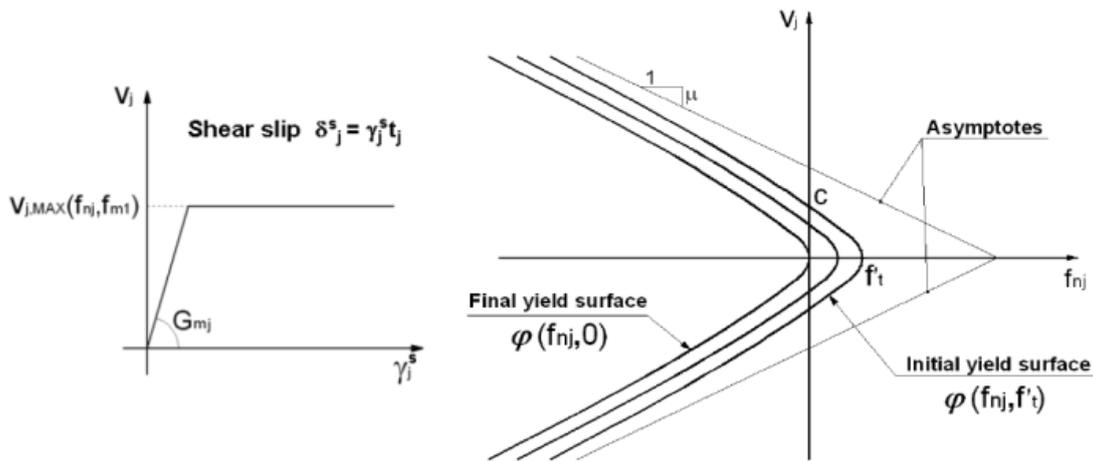
In base al valore dell'energia di frattura del modo I, G_f^I , la deformazione ultima a trazione ε_{tu} può essere determinata con la relazione seguente:

$$\varepsilon_{tu} = 5.136 \cdot \frac{G_f^I}{f'_t L_r}$$

dove L_r = lunghezza caratteristica, f'_t = resistenza a trazione della muratura.

Modellazione dello scorrimento a taglio lungo i giunti di malta

La modellazione della risposta dei giunti di malta si basa su una relazione elastoplastica del legame taglio scorrimento (figura seguente).



Scorrimento a taglio lungo i giunti di malta

La pendenza del ramo elastico lineare coincide con la rigidezza al taglio della muratura G_{mj} , il cui valore può essere stimato con la seguente relazione, tratta dalla teoria dell'elasticità:

$$G_{mj} = E_{my} / [2 \cdot (1 + \nu_{xy})]$$

dove ν_{xy} è il coefficiente di *Poisson* della muratura.

Per determinare il taglio massimo $v_{j,max}$ viene adottato un criterio di snervamento di tipo *Mohr-Coulomb* iperbolico, che necessita della definizione dei tre parametri coesione (c), pendenza degli asintoti dell'iperbole ($\mu = \tan\phi$) e valore residuo della resistenza a trazione f'_{t1} , che segue il decadimento esponenziale della *tension softening* sopra illustrato. Durante il processo di *softening* il vertice dell'iperbole si sposta dal valore massimo f'_t , ovvero la massima resistenza alla trazione nella fase non fessurata, a zero, provocando una traslazione rigida della superficie di snervamento nella direzione parallela all'asse delle ascisse f_{nj} . La pendenza dell'asintoto dell'iperbole e la coesione sono mantenute costanti e uguali ai loro valori iniziali sia nella fase elastica che in quella di *tension softening*.

Il criterio può essere espresso con la seguente relazione:

$$F(f_{nj}, f'_t) = v_j^2 - \mu^2 (f_{nj} - f'_t)^2 + 2\rho (f_{nj} - f'_t) = 0$$

Dove

$$\rho = [c^2 - (\mu f'_t)^2] / 2f'_t$$

è il raggio di curvatura della curva di snervamento al vertice dell'iperbole.

Nota la tensione normale nei giunti orizzontali o verticali f_{nj} , il valore massimo dello sforzo di taglio del giunto $v_{j,max}(f_{nj})$ è determinato dal criterio di snervamento. Pertanto, se la seguente relazione è soddisfatta:

$$|v_j| \leq |v_{j,max}(f_{nj})|$$

e il giunto non ha subito snervamento nelle precedenti fasi di carico, lo scorrimento a taglio è controllato dal ramo elastico lineare della relazione sforzo di taglio-deformazione:

$$\delta_j^s = |v_j| \cdot t_j / G_{mj}$$

Non appena viene raggiunta la condizione di snervamento:

$$|v_j| > |v_{j,max}(f_{nj})|$$

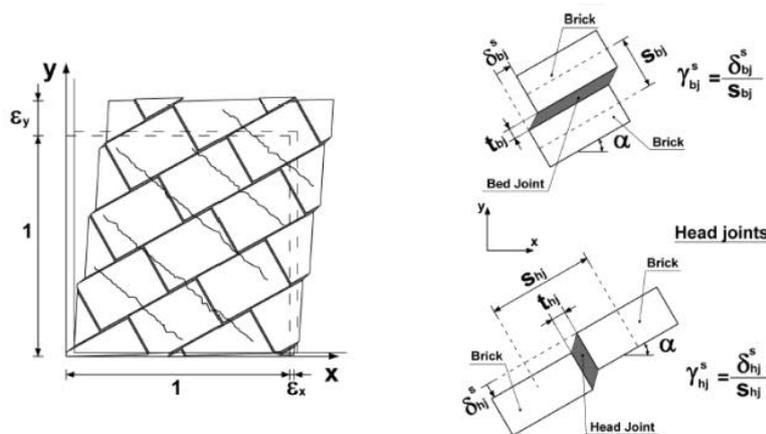
si avrà uno scorrimento plastico del giunto.

Procedura di calcolo del modello a fessure spalmate rotanti

EasyOver assembla opportunamente le matrici di rigidità anisotrope degli elementi *plate* della *mesh* muraria.

Il calcolo non lineare è ottenuto adottando un metodo iterativo con formulazione a rigidità secante in cui ad ogni iterazione vengono aggiornate le rigidità dei materiali elastici anisotropi definiti da *EasyOver* in un sotto-modello appositamente creato e ricavato dal modello principale. Nello specifico, la generica iterazione è suddivisa in tre step. Il primo step è necessario ad ottenere la nuova domanda della struttura in termini di spostamento. Si impongono quindi tali spostamenti nel sotto-modello contenente tutti gli elementi *Plate* con formulazione a rigidità secante (secondo step). Ottenuta la convergenza nel sotto-modello, *EasyOver* aggiornerà il modello principale, attribuendo agli elementi *plates* le matrici ottenute dal calcolo iterativo sul sotto-modello, ed applicherà una nuova forzante (terzo step), modificata rispetto alla forzante applicata nel primo step, in maniera da riprodurre il pattern di spostamenti ottenuto al primo step (evidentemente il taglio risultante alla base associato a questa nuova distribuzione sarà minore di quello del primo step, per via del degrado e della conseguente perdita di rigidità del modello rispetto all'iterazione precedente).

Terminato anche il terzo step, *EasyOver* applicherà l'incremento di carico successivo, procedendo quindi con una nuova iterazione.



$$[D_m]' = \begin{bmatrix} \bar{E}_{m1} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{E}_{m2} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{G}_m \end{bmatrix} \quad \bar{E}_{m1} = \frac{f_{m1}}{\varepsilon_{m1}}; \quad \bar{E}_{m2} = \frac{f_{m2}}{\varepsilon_{m2}}; \quad \bar{G}_m \cong \frac{\bar{E}_{m1} \cdot \bar{E}_{m2}}{\bar{E}_{m1} + \bar{E}_{m2}}$$

$$[D_m] = [T]^T [D_m]' [T] \quad [T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \psi & \sin^2 \psi & \sin \psi \cos \psi \\ \sin^2 \psi & \cos^2 \psi & -\sin \psi \cos \psi \\ -2 \sin \psi \cos \psi & 2 \sin \psi \cos \psi & (\cos^2 \psi - \sin^2 \psi) \end{bmatrix}$$

Composizione della matrice di rigidità dell'elemento

Questa metodologia consente di inserire il modello secante a fessure spalmate rotanti in un modello FEM nel quale sono presenti anche altri tipi di non linearità, come ad esempio i diagrammi Momento-Curvatura associati agli elementi *beam* in cemento armato (calcolati automaticamente da *EasyOver* ed aggiornati ad ogni Stage dell'analisi in base ai valori correnti dello sforzo normale e della luce di taglio), elementi *Spring-Damper*, *CutoffBar*, altre non linearità per elementi finiti di tipo *Plate* e *Brick* (*Von Mises*, *Tresca*, *Mohr Coulomb*, *Drucker Prager*) e via discorrendo. In altri termini, l'approccio consente una modellazione non lineare accurata delle strutture miste telaio-pareti.

EasyOver dispone di appositi menù per la definizione dei parametri del materiale delle murature da associare agli elementi *Plate* del modello FEM.

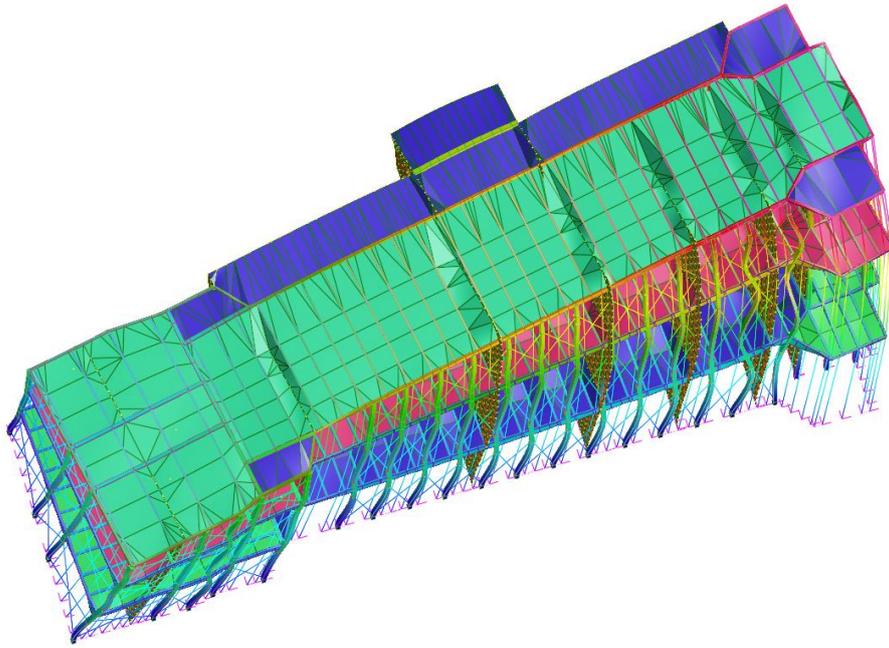
Grazie a questa accurata modellazione del comportamento non lineare delle pareti in muratura, si riescono ad ottenere le prestazioni di una struttura esistente o anche di un edificio di nuova progettazione. È quindi possibile descrivere e riscontrare tutti i meccanismi di collasso della muratura, nonché la duttilità strutturale, che risulta essere quindi un risultato dell'analisi anziché un dato di ingresso.

L'approccio illustrato nel presente paragrafo è basato sulla la meccanica del danno e riesce a cogliere le fessurazioni che nascono e si sviluppano nel materiale sollecitato oltre la tensione massima e che hanno, come effetto primario, quello di comportare una riduzione della rigidità del materiale stesso, specialmente nelle sollecitazioni di trazione.

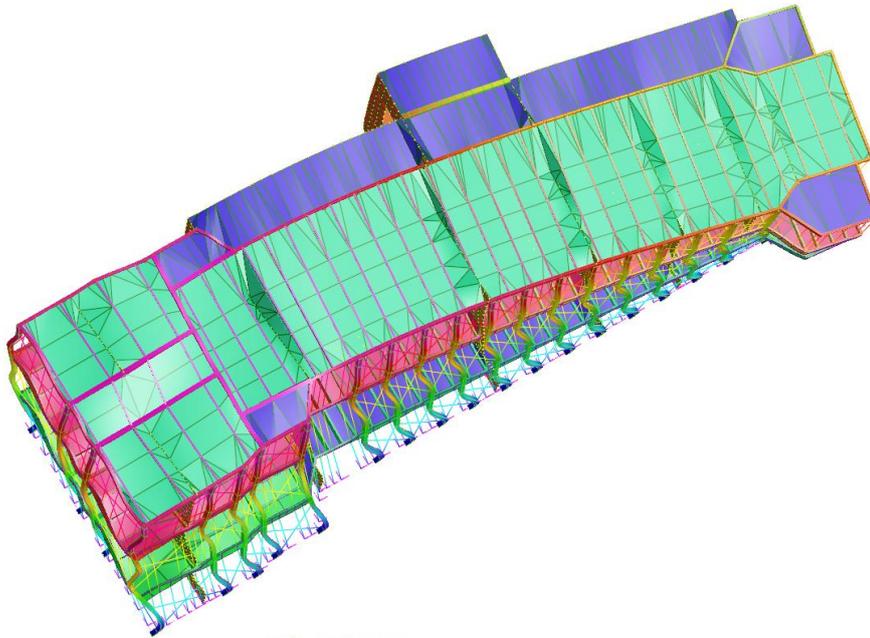
Risultati

Le proprietà dinamiche del fabbricato sono state indagate mediante un'analisi modale che ha consentito di individuare le frequenze e le forme proprie dei principali modi di vibrazione della struttura, vale a dire, degli oscillatori ad un solo grado di libertà che ne descrivono il comportamento dinamico; di seguito si riporta uno stralcio dei risultati delle analisi svolte in termini di periodo e fattori di partecipazione modale.

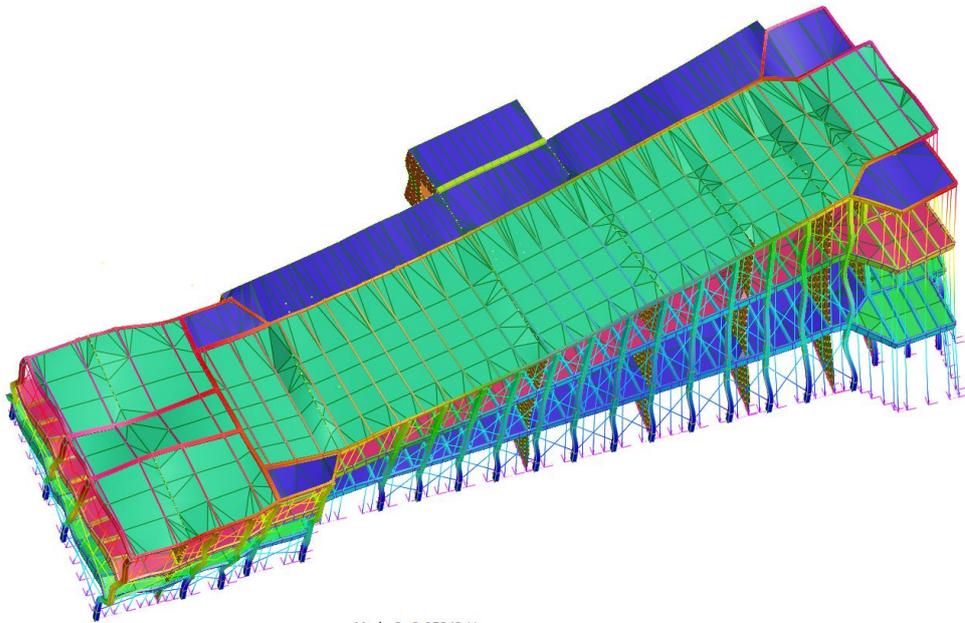
TOTAL MASS (MX,MY,MZ) (kg) : (2.654651E+06,2.654651E+06,0.000000E+00)									
MODE	PARTICIPATION	MASS RATIOS FOR	TRANSLATIONAL	EXCITATION					
Mode	Frequency	Modal Mass	Modal Stiff	P-DX	P-DY	P-DZ	P-DX	P-DY	P-DZ
	(Hz)	(kg)	(N/m)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)
1	2.561203E+00	3.893133E+05	1.008201E+08	1.193997E+01	5.053642E+01	0.000000E+00	11.940	50.536	0.000
2	2.766902E+00	1.212234E+06	3.663815E+08	4.866106E+01	2.359474E+01	0.000000E+00	48.661	23.595	0.000
3	3.052432E+00	6.568339E+05	2.416057E+08	2.756750E+01	3.321116E+00	0.000000E+00	27.567	3.321	0.000
4	4.700654E+00	4.327655E+05	3.775103E+08	6.624373E-02	1.097253E+00	0.000000E+00	0.066	1.097	0.000
5	6.957521E+00	2.255381E+05	4.310115E+08	3.324363E+00	4.096213E-01	0.000000E+00	3.324	0.410	0.000
6	7.734800E+00	4.956406E+04	1.170644E+08	9.043487E-01	2.711356E+00	0.000000E+00	0.904	2.711	0.000
7	7.872698E+00	2.697772E+04	6.601038E+07	1.723846E+00	1.673656E+00	0.000000E+00	1.724	1.674	0.000
8	8.196230E+00	2.275978E+04	6.036095E+07	8.101585E-01	1.732322E+00	0.000000E+00	0.810	1.732	0.000
9	8.439218E+00	2.302022E+04	6.472524E+07	9.670425E-01	6.186116E-02	0.000000E+00	0.967	0.062	0.000
10	8.611495E+00	1.902590E+05	5.570087E+08	3.719389E-03	1.513697E-01	0.000000E+00	0.004	0.151	0.000
11	8.926854E+00	2.621783E+04	8.248088E+07	2.118497E-03	7.698033E+00	0.000000E+00	0.002	7.698	0.000
12	9.893082E+00	3.598984E+04	1.390602E+08	5.225762E-04	5.634720E-01	0.000000E+00	0.001	0.563	0.000
13	9.956714E+00	2.667150E+04	1.043853E+08	5.005277E-01	3.118278E-01	0.000000E+00	0.501	0.312	0.000
14	1.004459E+01	1.287183E+04	5.127015E+07	1.213600E-03	1.096619E-03	0.000000E+00	0.001	0.001	0.000
15	1.006150E+01	1.411019E+04	5.639207E+07	1.205770E-02	5.436222E-02	0.000000E+00	0.012	0.054	0.000
TOTAL TRANSLATIONAL MASS PARTICIPATION (%)				9.648469E+01	9.391850E+01	0.000000E+00	96.485	93.919	0.000



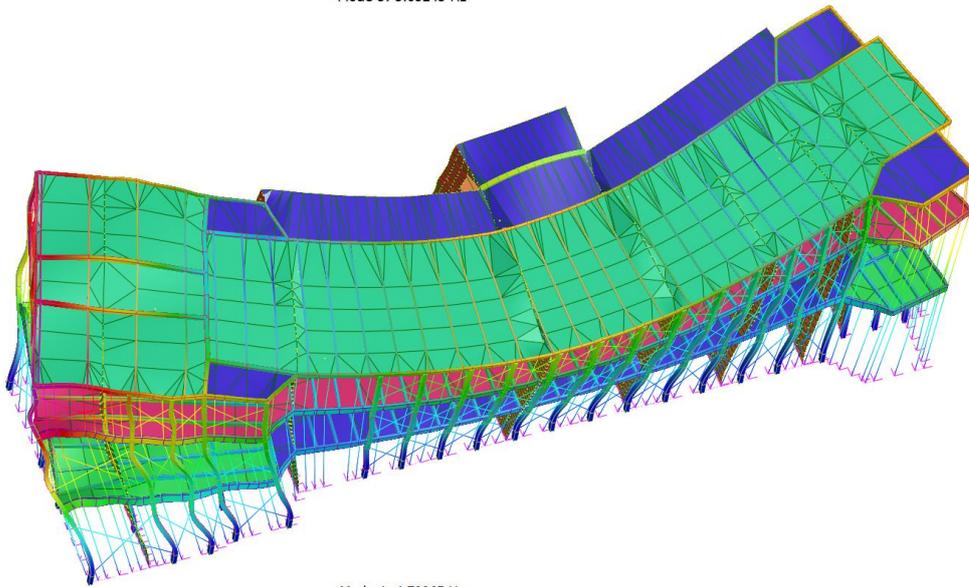
Mode 1: 2.5612 Hz



Mode 2: 2.7669 Hz

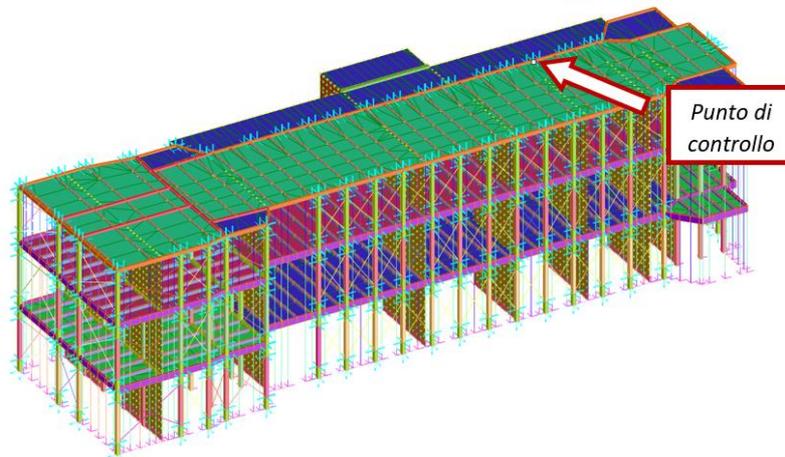


Mode 3: 3.05243 Hz



Mode 4: 4.70065 Hz

Si mostrano i risultati del calcolo di domanda sismica e le assunzioni effettuate; nella seguente immagine si mostra il punto di controllo scelto per le analisi.



Metodo di calcolo di domanda sismica: metodo B, Circ. esplicativa NTC 2018 n. 7 del 21/01/2019.

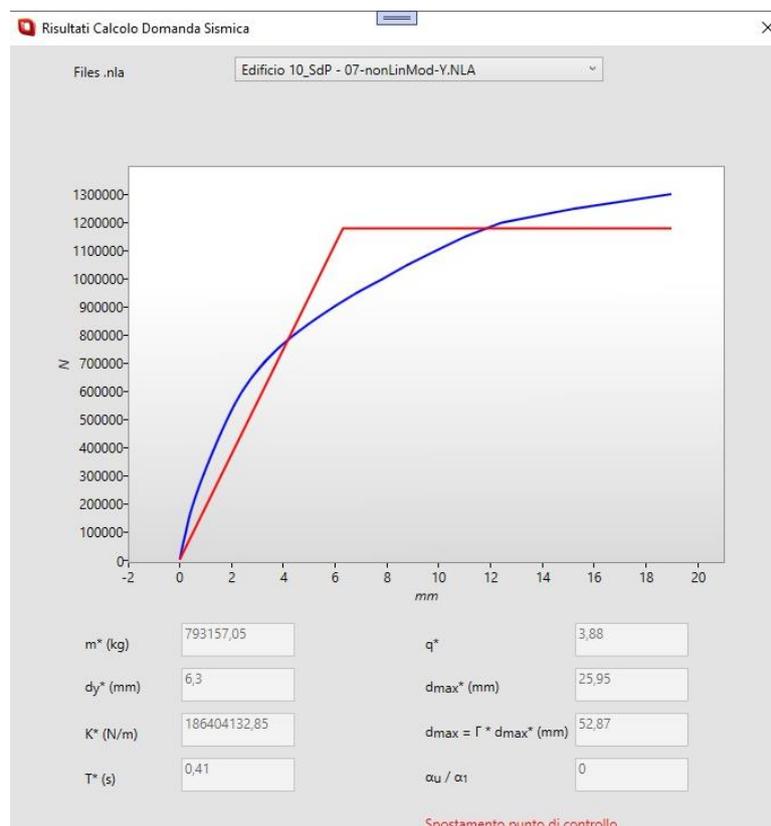
Coefficienti k metodo B adottati:

- direzione x: $k = 0.33$
- direzione y: $k = 0.33$

Spinte considerate:

- direzione x: 3° spinta gruppo 1 e spinta proporzionale alle masse gruppo 2
- direzione y: 3° spinta gruppo 1 e spinta proporzionale alle masse gruppo 2

Risultati per caso più gravoso: 3° spinta gruppo 1: -Y – Load Increment n. 27 – IR = 0.60





Di seguito vengono mostrati, in termini di *contour* di verifica degli elementi *Beams* e degli elementi *Plates*, alcuni risultati delle analisi statiche non lineari effettuate, in corrispondenza della spinta più gravosa.

- Beams - verifiche elementi duttili NTC2018-DS-DC;
- Beams – verifiche taglio travi NTC2018-DS-DC;
- Plates – ampiezza media delle fessure;
- Plates – scorrimento lungo le fessure;
- Plates – spaziatura media perpendicolare alle fessure;
- Plates – tensione princ. Max cls/mur. z=0, ovvero l'andamento della tensione principale di trazione nella muratura;
- Plates – tensione princ. Min cls/mur. z=0, ovvero l'andamento della tensione principale di compressione nella muratura.

Beam Beams - Verifiche Elementi duttili secondo NTC2018 - DS (ratio D/C) - EasyOver

Max = 0.34 [Bm:3292]

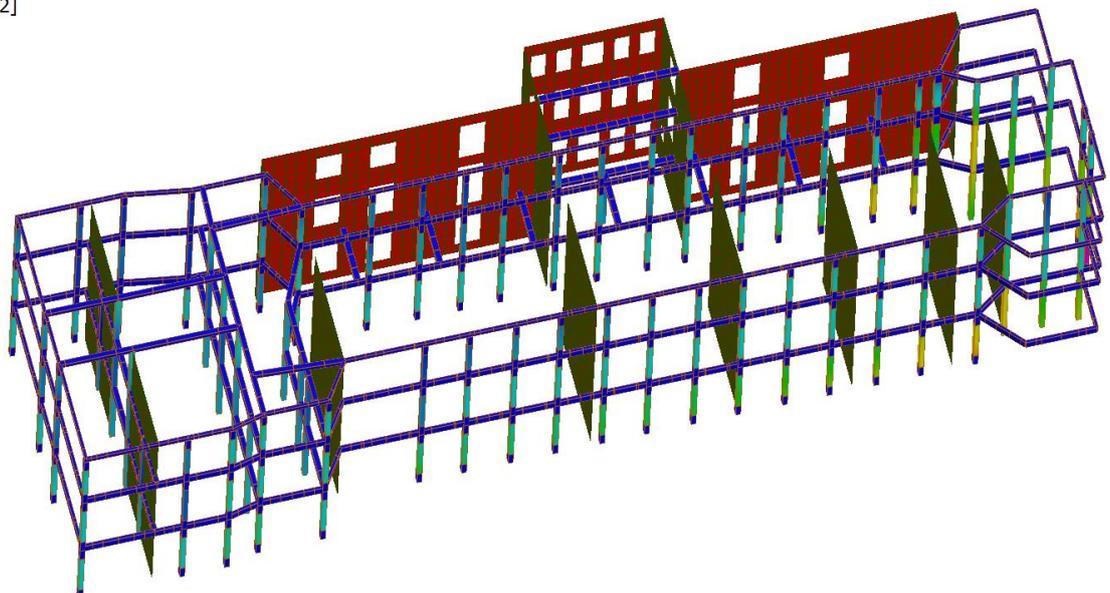
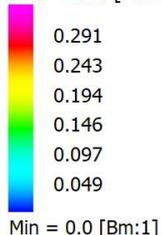
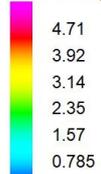


Plate Plates - Ampiezza media delle fessure (mm) - EasyOver
Max = 5.49 [Pt:2947;Nd:4122]



Min = 0.0 [Pt:1;Nd:1284]

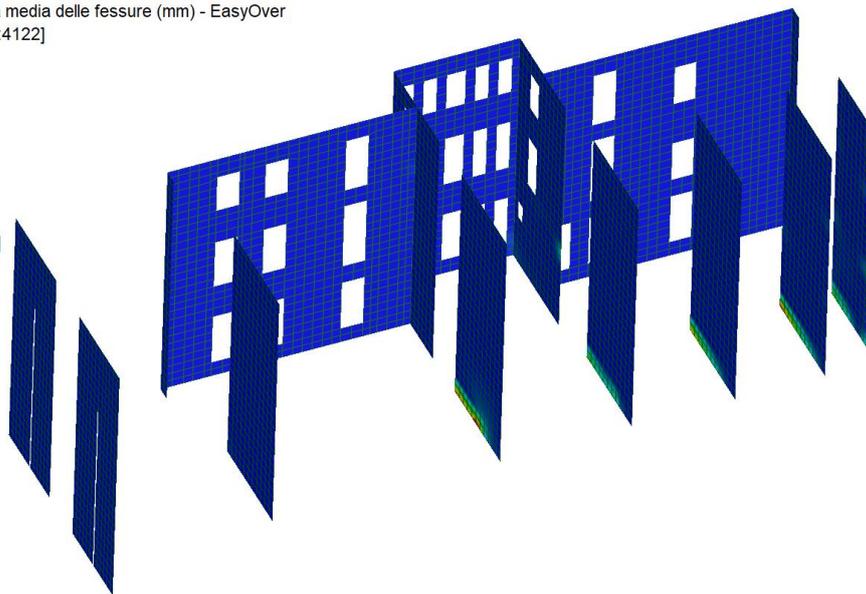
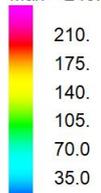


Plate Plates - Spaziatura media perpendicolare alle fessure (mm) - EasyOver
Max = 245. [Pt:6742;Nd:7325]



Min = 0.0 [Pt:1;Nd:1284]

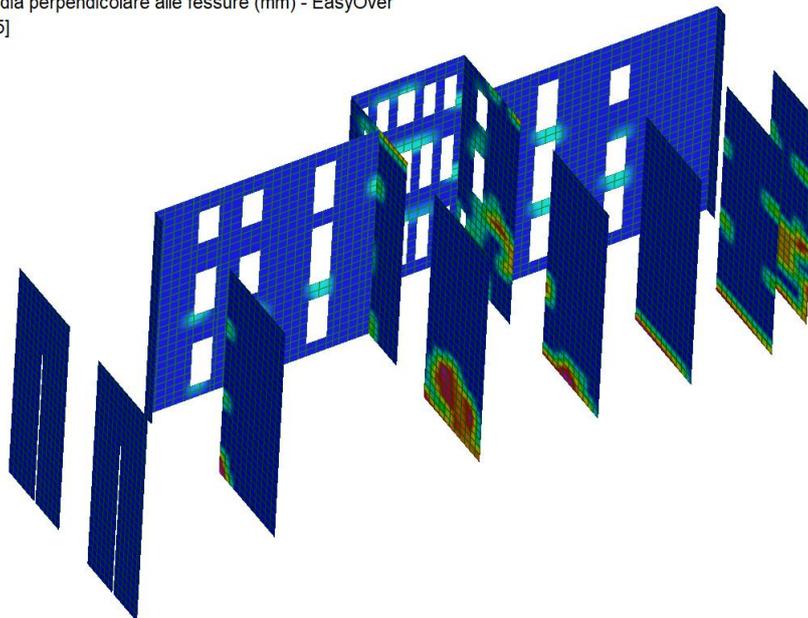
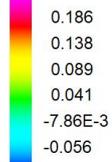


Plate Plates - Tensione princ. max cls/mur. z = 0 (MPa) - EasyOver

Max = 0.235 [Pt:6757;Nd:7346]



Min = -0.105 [Pt:93;Nd:4]

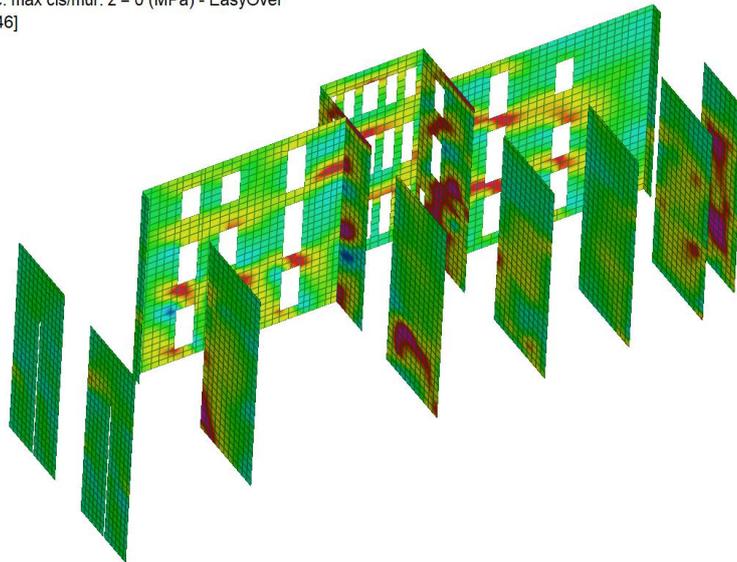
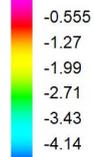


Plate Plates - Tensione princ. min cls/mur. z = 0 (MPa) - EasyOver

Max = 0.163 [Pt:3591;Nd:4]



Min = -4.86 [Pt:2994;Nd:4]



L'indicatore di rischio sismico è dato dal rapporto fra capacità e domanda in termini di PGA.

Valori prossimi o superiori all'unità caratterizzano casi in cui il livello di rischio è prossimo a quello richiesto dalle norme; valori bassi, prossimi a zero, caratterizzano casi ad elevato rischio.

La Domanda in termini di PGA, ovvero il valore dell'accelerazione di picco al suolo ed il relativo valore del periodo di ritorno associato all'azione sismica per lo stato limite di salvaguardia della vita umana (SLV) risulta:

Stati limite	T_r [anni]	PGA_D $a_g[g] \cdot S$
Salvaguardia Vita (SLV)	712	0.227

Per la condizione "ante operam" si hanno i seguenti risultati:

Stato Limite	(PGA_c/PGA_D)	TRc (anni)
SLV	0.29	46

Per la condizione “post operam” i seguenti:

Stato Limite	(PGA _c /PGA _D)	TRc (anni)
SLV	0.60	199

Quindi a seguito degli interventi (inserimento di nuove pareti in Poroton dello spessore di 30 cm) si ha un incremento dell'indice di rischio da **0.29** (stato di fatto) a **0.60** (stato di progetto), con incremento risultante pari a **0.31**, superiore al valore minimo 0.1 richiesto da normativa.

Conclusioni

Il presente articolo descrive i risultati delle analisi statiche non lineari agli elementi finiti condotte per un progetto di miglioramento sismico di un edificio ospedaliero caratterizzato da diversi sistemi strutturali coesistenti, quali pareti in mattoni pieni a cassa-vuota con pilastri in c.a. di irrigidimento, cordoli di piano in c.a., murature a due teste in mattoni pieni, sistema di copertura in capriate lignee.

Il documento evidenzia l'importante ruolo svolto dalle analisi statiche non lineari agli elementi finiti nel contesto delle strutture miste, una realtà ampiamente diffusa nel panorama del patrimonio edilizio.

Nel contesto di tali strutture eterogenee, è emersa la necessità di introdurre nuove pareti in muratura mediante blocchi semipieni al fine di potenziare la capacità sismica complessiva dell'edificio. Le analisi non lineari hanno svolto un ruolo cruciale nel valutare il comportamento strutturale in condizioni estreme, fornendo così una base tecnica solida per la progettazione di interventi volti al miglioramento sismico.

Questo studio non solo contribuisce alla comprensione dettagliata di come diverse componenti interagiscano sotto sollecitazioni sismiche, ma sottolinea anche l'importanza di adottare approcci avanzati come le analisi FEM non lineari e il modello a fessure spalmate rotanti, specialmente in contesti di edifici misti. Tali metodologie forniscono informazioni critiche per ottimizzare il progetto degli interventi sulle strutture esistenti, assicurando che queste siano in grado di resistere con resilienza e sicurezza agli impatti degli eventi sismici, mediante una transizione da un tradizionale approccio di progettazione prescrittivo ad un più avanzato approccio prestazionale.

Bibliografia

- [1] **M. N. FARDIS^a & T. B. PANAGIOTAKOS^a** (1997) “SEISMIC DESIGN AND RESPONSE OF BARE AND MASONRY-INFILLED REINFORCED CONCRETE BUILDINGS. PART II: INFILLED STRUCTURES”, *Journal of Earthquake Engineering*, 1:3, 475-503.
^a Department of Civil Engineering, University of Patras, P.O. BOX 1424, Patras, 26500, Greece.
- [2] D.M. 17/01/2018 – Aggiornamento delle “Norme tecniche per le costruzioni” – 2018
- [3] Circ. esplicativa NTC 2018 n. 7 del 21/01/2019
- [4] Straus7, codice di calcolo agli elementi finiti, distribuito in Italia dalla HSH srl di Padova, www.hsh.info
- [5] EasyOver, applicativo di Straus7 per le analisi statiche non lineari di edifici in cemento armato e muratura, www.straus7.it/easyover1.htm, distribuito in Italia dalla HSH srl di Padova, www.hsh.info

- [6] *Disturbed Stress Field Model for Reinforced Concrete: Formulation - F. J. Vecchio (2000) - J. Struct. Engrg., ASCE 126 (9), 1070-1077*
- [7] *Disturbed Stress Field Model for Unreinforced Masonry – L. Facconi, G. Plizzari, F. J. Vecchio (2000) - J. Struct. Engrg., ASCE 140 (4), 04013085-1-04013085-11*
- [8] *Fiber reinforced concrete and mortar for enhanced structural elements and repair of masonry walls - L. Facconi (2012) – Tesi di Dottorato Dip. Ingegneria Civile, Architettura, Territorio, Ambiente e di Matematica Univ. di Brescia*
- [9] *Straus7 Theoretical Manual. Theoretical background to the Straus7 finite element analysis system - 2004 G+D Computing*
- [10] *Analisi non lineare di strutture in muratura con Straus7 ed EasyOver – G. Di Sciascio – Ingenio <https://www.ingenio-web.it/29450-analisi-non-lineare-di-strutture-in-muratura-con-straus7-ed-easyover>*